Шифр: «Щасливе життя»

### Студентська наукова робота

на тему:

# «МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВІБРАЦІЙНОГО ВИКОПУВАННЯ КОРЕНЕПЛОДІВ ЦУКРОВИХ БУРЯКІВ»

#### АНОТАЦІЯ

*Актуальність роботи.* Широке використання вібраційних викопувальних робочих органів у бурякозбиральних машинах сучасного технічного рівня обумовлено значно меншим їх тяговим опором, здатністю вилучати коренеплоди з ґрунту фактично без пошкоджень і втрат. Коливання викопувальних лемешів створюють умови, при яких з коренеплодів при їх викопуванні інтенсивно струшується налиплий грунт, тобто відбувається їх інтенсивне очищення ще під час вилучення з ґрунту. Все це сприяє високому рівню якості збирання. Тому розробка нових конструкцій вібраційних викопувальних робочих органів, а також наукові дослідження процесу вібраційного викопування з метою визначення раціональних конструктивних і кінематичних їх параметрів є актуальним завданням галузі буряківництва.

*Мета дослідження*. Підвищення ефективності і якості викопування коренеплодів цукрових буряків шляхом обґрунтування раціональних конструкційних і кінематичних параметрів вібраційного викопувального робочого органу.

При цьому *використані методи* математичного моделювання, вищої математики та теоретичної механіки, зокрема основного закону динамки матеріальної точки, методів інтегрування диференціальних рівнянь, числових розрахунків на ПК за допомогою програми MathCAD та аналізу отриманих результатів.

Загальна характеристика роботи. На основі розробленої в роботі еквівалентної силової схеми взаємодії коренеплоду з поверхнями робочих лемішів, складена система диференціальних рівнянь руху коренеплоду по робочим поверхням вібраційного викопувального робочого органу. В результаті двократного інтегрування зазначеної системи диференціальних рівнянь отримані законом зміни швидкості та переміщення коренеплоду в поздовжньо-вертикальній площині, в процесі безпосереднього вилучення коренеплоду з ґрунту. В результаті отриманого аналітичного розв'язку проведені розрахунки на ПК та одержані граничні залежності швидкості та переміщення коренеплоду від конструкційних параметрів вібраційного викопувального робочого органу та час вилучення коренеплоду з ґрунту. Це дало змогу визначити раціональні, конструкційні і кінематичні параметри вібраційного викопувального робочого органу, які забезпечують повне вилучення коренеплоду з ґрунту при мінімальних втратах та пошкодженнях.

*Ключові слова:* буряки цукрові, леміш, вібраційного, інтегральна система, сила, диференціальні рівняння, конструктивні параметри.

## **3MICT**

	Анотація	2
	Зміст	4
	Вступ	5
1.	Механіко-технологічні характеристики коренеплодів	6
2.	Аналіз наукових досліджень та публікацій.	
	Викопувальні робочі органи вібраційної дії	9
3.	Конструкція вібраційного робочого органу	12
4.	Результати дослідження та їх аналіз	14
	Висновки	29
	Список використаної літератури	30
	Додатки	32

#### Вступ

Україна належить до високорозвинених бурякосійних країн Європи та світу, а цукор є одним із стратегічних продуктів харчування. Вирощування і збирання цукрового буряку є одними з найбільш трудомістких та енергоємних технологічних процесів у сільськогосподарському виробництві. Враховуючи це, необхідно випускати бурякозбиральні машини, функціональні та експлуатаційні показники яких відповідали б рівню найкращих світових аналогів.

Підвищення якісних показників процесу збирання цукрового буряку, як кінцевої операції у технологічному процесі його виробництва, являє собою комплексну науково-технічну задачу, вирішення якої повинно базуватися на аналізі існуючих та пошуку нових конструкційних рішень робочих органів бурякозбиральних машин, теоретичному дослідженні їх конструкційних та технологічних параметрів, експериментальному дослідженню їх роботи з кінцевою метою аналізу і синтезу раціональних їх параметрів.

На сучасному етапі розвитку землеробської механіки, як відмічав академік П.М. Василенко, для аналізу та синтезу параметрів робочих органів сільськогосподарських машин мають застосовуватися методи побудови математичних моделей, що ґрунтуються на використанні теоретичної і аналітичної механіки та на застосуванні сучасного математичного апарату і комп'ютерної техніки.

Розробка та удосконалення робочих органів бурякозбиральних машин мають базуватися на розумінні сутності процесів, які відбуваються при викопуванні коренеплодів з ґрунту. Потрібно використовувати новітні теоретичні моделі, котрі послідовно й повно описують ці процеси сучасними механіко-математичними методами.

На підставі аналітичного визначення раціональних параметрів викопувальних робочих органів бурякозбиральних машин і подальшої їх експериментальної перевірки та уточнення є можливим створення нових енергоефективних високонадійних конструкцій.

#### 1. Механіко-технологічні характеристики коренеплодів

Робота бурякозбиральних машин буде ефективною лише в тому випадку, коли їх робочі органи спроектовані та налагоджені на збирання з врахуванням основних масових, розмірних та фізико-механічних характеристик коренеплодів цукрових буряків. Незважаючи на наявність різних сортів цукрових буряків, характер їх природно-виробничих умов вирощування та ймовірної природи параметрів коренеплоду на момент збирання, є можливість визначити їхні основні фізико-механічні характеристики. На рис. 1.1 показані основні розмірні характеристики коренеплоду цукрового буряку, а також параметри його розташування у ґрунті відносно поверхні. Коренеплід має конусоподібну форму, основна його частина розташована у ґрунті. Верхня частина тіла коренеплоду має назву голівки і, як правило, розташована над рівнем поверхні ґрунту (в деяких випадках може бути нижче від рівня поверхні ґрунту – до 30 мм).

Довжина усього тіла коренеплоду може досягати 1 м, але при збиранні хвостова його частина, як правило, обривається (на діаметрі 8...10 мм) і залишається у ґрунті, тому довжина коренеплоду фактично визначається параметром –  $l_k$ .



Рис. 1.1. – Розмірні характеристики коренеплоду цукрового буряку.

Основна маса цукру (понад 90%) зосереджена в тілі коренеплоду. Розподіл маси коренеплоду між його частинами та вміст цукру в частинах коренеплоду цукрового буряку наведено в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Відносна частка частин коренеплоду буряку в його тілі та вміст цукру в них

	Назва част	Відносна	Чистий вміст	
коренеплоду			частка у	цукру у
			коренеплоді, %	частині, %
вка	Коронка	50112772	5-7	—
Голо	Зона сплячих вічок	el'1-+1+	6-18	9,7
	Тіло	$\langle \rangle$	76-88	90,3
Хвостова частина		Ŷ	1	_

В табл. 1.2 наведені середні розмірні та масові характеристики коренеплодів цукрового буряку.

Таблиця 1.2 – Розмірні та масові характеристики цукрових буряків

Назва показника	Одиниця виміру	Значення показника
Довжина коренеплоду, <i>l<sub>k</sub></i>	MM	230280
Діаметр коренеплоду, <i>d</i> <sub>k</sub>	ММ	67122
Маса коренеплоду, $Q_k$	КГ	0,31,6
Кут конусу коренеплоду, <i>ү</i> <sub>k</sub>	град.	919
Висота голівки коренеплоду, $\Box_{\scriptscriptstyle \mathcal{P}}$	ММ	10,432,4
Висота над рівнем поверхні ґрунту, П <sub>к</sub>	ММ	18,442,4
Координата центра С ваги, ср	MM	90100

Основними характеристиками міцності коренеплодів цукрових буряків є сила зв'язку коренеплодів з ґрунтом, щільність коренеплодів, та тимчасовий опір згину коренеплодів. Основні фізико-механічні характеристики коренеплодів цукрових буряків та наведені в табл. 1.3.

Таблиця 1.3. – Фізико-механічні характеристики коренеплодів цукрового

Назва показника	Одиниця виміру	Значення
		показника
Щільність коренеплоду	кг/м <sup>3</sup>	550650
Тимчасовий опір згину коренеплоду:		
статичне навантаження	МПа	1,80
динамічне навантаження		1,15
Модуль пружності коренеплодів	МПа	18,40
Зусилля вилучення з ґрунту	Н	50770
Коефіцієнт тертя коренеплодів по сталі:		
статичний		0,500,70
динамічний		0,450,70
Питомий опір різання коренеплодів	кН/м	36
Коефіцієнт питомого опору коренеплодів	Н/мм	2,103,50
Робота викопування коренеплоду		
горизонтальною силою	Дж	17,8025,30
Робота вилучення з грунту підкопаного		
коренеплоду	Дж	15,20
Сила опору коренеплодів зусиллю:		
нахилу (до 10 град.)	Н	185432
вилученню		227522

буряку

Найважливішими характеристиками цукрових буряків є їх розташування на буряковій плантації перед збиранням. Загально відомо, що такі характеристики будуть залежати, насамперед, від сорту цукрового буряку, механізованої технології його вирощування, природно кліматичних умов та деяких інших випадкових факторів. Так, в середньому вважається, що оптимальною густотою розташування рослин цукрового буряку на буряковій плантації є 80...150 тис. шт./га.

## 2. Аналіз наукових досліджень та публікацій. Викопувальні робочі органи вібраційної дії

Фундаментальні теоретичні експериментальні дослідження та вібраційного викопування коренеплодів цукрових буряків були опубліковані в роботі [1], в якій коренеплід моделюється як тіло, що має пружні властивості і його представлено стержнем змінного поперечного перерізу з одним закріпленим кінцем. Розглянуті в даній роботі поперечні коливання коренеплоду описуються за допомогою диференціального рівняння в частинних порядку. Технологічний похідних четвертого процес безпосереднього вилучення коренеплоду з ґрунту при вібраційному прикладанні зусиль тут фактично не розглядається, а лише вказується, що за допомогою додатково складених рівнянь кінетостатики знайдені умови його вилучення з ґрунту під дією збурювальної сили, що прикладена у поперечно-вертикальній площині. Тут вважається, що саме такий напрямок коливань буде найбільше сприяти високоякісному викопуванню коренеплодів цукрових буряків.

В роботі [2] розроблена теорія викопувального робочого органу звичайного лемішного типу, де знайдена умова вилучення коренеплоду з ґрунту при поступальному русі копача з урахуванням умови не пошкодження коренеплодів. У зазначеній роботі отримані вирази для визначення допустимої швидкості поступального руху викопувального робочого органу при заданих його конструктивних параметрах.

У роботі [3] розроблено теорію власних і вимушених поздовжніх коливань коренеплоду у ґрунті як пружного тіла, яка необхідна для оцінки

впливу зазначених коливань на процес руйнування зв'язків коренеплоду з ґрунтом.

Вібраційне викопування коренеплодів цукрового буряку набуло широкого розповсюдження у багатьох бурякосійних країнах. Воно має ряд переваг у порівнянні з іншими способами викопування, зокрема, значно менше накопичується ґрунт у робочому руслі копача та значно покращується процес оббивання налиплого ґрунту з поверхні коренеплодів.

При розхитуванні коренеплоду горизонтальною силою, яка прикладена у верхній частині коренеплоду, або знакозмінними ударами, його зв'язки з грунтом інтенсивно руйнуються. При багаторазовому прикладанні знакозмінних імпульсних навантажень коренеплід починає переміщуватись вгору у вертикальному напрямку, що сприяє процесу його вилучення з ґрунту. Для повного руйнування зв'язків з ґрунтом різні коренеплоди вимагають різної кількості періодичних навантажень.

Якщо коренеплоду надати коливальний рух у поперечно-горизонтальній площині (рис. 2.1) згідно закону  $\tau = \tau_0 \cos \omega t$ , то коренеплід, буде вилучатись з ґрунту за наступної умови:

$$\ell_c \omega_k^2 \tau_0 > g \left( 1 + \frac{R_c}{Q} \right),$$

де  $\ell_c$  – координата центра ваги коренеплоду;  $\omega_k$  – частота коливань коренеплоду;  $\tau_0$  – кут відхилення коренеплоду від вертикальної осі;  $R_c$  – сила зв'язку коренеплоду з грунтом; Q – вага коренеплоду; g – прискорення сили тяжіння.



Рис. 2.1. – Схема сил, що діють на коренеплід при вібраційному вилученні.

Умова, коли коренеплід не буде пошкоджуватись при коливальному русі, має наступний вигляд:

$$\left| \frac{\ell_c}{z_s} \left[ (C_k \ell_c - Q) \sin \tau_0 - \frac{I_x \omega_k^2 \tau_0}{\ell_c} \right] \cos \tau_0 + \frac{Q \ell_c \omega_k^2 \tau_0}{g} - (C_k \ell_c - Q) \sin \tau_0 \right| < [N]_{\text{gon}},$$

де  $C_k$  – жорсткість коренеплоду у точці закріплення,  $z_s$  – координата точки прикладання збуруючої сили;  $I_x$  – момент інерції коренеплоду відносно горизонтальної осі, що проходить через точку закріплення;  $[N]_{\text{доп}}$  – згинальне навантаження, що викликає руйнування тіла коренеплоду.

Аналіз процесу вилучення коренеплоду під дією горизонтальної збуруючої сили показав, що для ефективного процесу вилучення кожному коренеплоду необхідно надати коливання з певними значеннями частоти і амплітуди, що практично неможливо, оскільки параметри коренеплоду – величини випадкові. Тому виконання зазначених умов слід розглядати у ймовірнісному розумінні, а для створення ситуацій з найбільш ймовірним ефектом вилучення без пошкодження коренеплодом доцільно надати коливання з деяким спектром частот і амплітуд. Однак з наведених вище виразів випливає, що найбільш ефективного протікання процесу вилучення з ґрунту коренеплодів можна досягти, якщо надати коренеплодам коливання із зростаючою амплітудою і постійною для даного режиму частотою. Щоб запобігти значних пошкоджень коренеплодів при вилученні амплітуда коливань не повинна перевищувати 0.25...0.35 рад, а частота – 20Гц. Спираючись на дослідження процесу переміщення коренеплоду під дією горизонтально прикладеної знакозмінної сили  $\overline{S}(t)$ , для розрахунку сил, що діють на коренеплід (рис. 2.1), в роботах дослідників пропонують наступні вирази:

$$R_{z} = \frac{Q\ell_{c}\tau^{2}}{g} + S(t)\sin\tau - Q\cos\tau;$$

$$R_{y} = S(t)\cos\tau - (C_{k}\ell_{c} - Q)\sin\tau - \frac{Q\ell_{c}\ddot{\tau}}{g},$$

де  $R_z$ ,  $R_y$  – відповідно вертикальна і горизонтальна складові, що діють на коренеплід у точці закріплення; Q – вага коренеплоду;  $\tau$  – траєкторія руху коренеплоду під діє сили  $\overline{S}(t)$ ;  $\ell_c$  – координата центра ваги коренеплоду.

За критерій оптимізації параметрів копача рекомендовано використовувати максимум ймовірності вилучення коренеплодів при обмеженні ймовірності їх пошкодження, а саме:

$$\max \quad P\{P_z \ge R_z + Q\}; \\ P(P_y > [R_y]) \le \xi,$$

де ξ – допустиме значення ймовірності пошкодження коренеплодів;  $P_z$  – сила вилучення коренеплоду з ґрунту;  $P_y$  – горизонтальна (бокова) сила;  $[R_y]$  – мінімальна сила, при якій можливе пошкодження коренеплодів.

Ці ймовірності обчисляються на комп'ютері методом статистичних випробувань.

#### 3. Конструкція вібраційного робочого органу

Для моделювання процесу вібраційного викопування коренеплодів цукрового буряку з ґрунту було використано конструкцію вібраційного викопувального органу, яка розроблена кафедрою механіки Національного університету біоресурсів і природокористування України [6, 7, 8].

Конструкційну схему вібраційного копача наведено на рис. 3.1, на рис. 3.2 наведено загальний вигляд вібраційного викопувального робочого органу.

Копач складається з викопувальних лемешів 1, що встановлені на кінцях стійок 2, які з допомогою кронштейнів підвіски 3 зв'язані з механізмом приводу 4 згаданих лемешів 1 в коливальний рух. Механізм 4 має пристрій, який може задавати (регулювати) частоту і амплітуду коливальних рухів лемешів у широкому діапазоні (частота 8,5...20,3 Гц, амплітуда 8...24 мм).



Рис. 3.1. – Конструкційно-технологічна схема вібраційного копача: 1 – викопуючі лемеші; 2 – стійки; 3 – механізм регулювання відстані між лемешами; 4 – вібраційний привід з механізмом регулювання амплітуди і частоти коливань лемешів; 5 – напрямні пальці.



Рис. 3.2. – Загальний вигляд вібраційного викопувального робочого органу: а – комп'ютерна 3D модель; б – фото

Кронштейн підвіски 3 стійок 2 був обладнаний додатковим шарніром, який дозволяє у невеликому діапазоні здійснювати вільний рух спарених стійок 2 у поздовжньо-поперечній площині. Це забезпечує самоустановлювання лемешів 1 при поступальному русі вібраційного копача. На рис. 3.3 показано дослідні зразки вібраційних викопувальних робочих органів.



Рис. 3.3. – Дослідні зразки вібраційних викопувальних робочих органів.

Технічними параметрами, які істотно впливають на якість викопування коренеплодів, є частота коливань викопувального робочого органу (Гц), глибина ходу робочих органів (м) та швидкість поступального руху машини із вібраційними копачами (м/с).

Показниками, які характеризуватимуть якість роботи викопувального робочого органу, є втрати коренеплодів за масою (%) та пошкодження коренеплодів за масою (%).

#### 4. Результати дослідження та їх аналіз

Розглянемо процес викопування коренеплодів цукрових буряків лемішним копачем, який здійснює під дією вертикальної гармонічної збурювальної сили коливання, що передаються до лемешів від ексцентрикового механізму приводу. Перед цим слід зазначити, що принцип роботи звичайного лемішного викопувального робочого органу (без надання йому коливальних

рухів) полягає в тому, що при русі по рядку коренеплодів буряка його клини руйнують пласт ґрунту, який разом з коренеплодом проходить крізь звужене русло копача, утворене внутрішніми поверхнями клинів. Оскільки клини встановлені під відповідними кутами  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\gamma$ , то взаємодія пласта ґрунту разом з коренеплодом з боковими поверхнями клинів при їх поступальному русі відбувається таким чином, що пласт ґрунту стискується з боків, деформується, і для коренеплодів буряка створюються, при подальшому їх русі між робочими поверхнями клинів, тобто через звужене русло, відповідні зусилля вилучення з ґрунту.

Слід зазначити, що в процесі вилучення коренеплодів буряків з грунту звичайним лемішним викопувальним робочим органом важливу роль відіграють сили опору ґрунту, завдяки яким пласт ґрунту стискується у звуженому руслі копача, що викликає появу необхідних для коренеплоду сил вертикального вилучення. Таким чином, наявність сил опору ґрунту є необхідною умовою роботи звичайного лемішного викопувального робочого органу. При викопуванні коренеплодів вібраційними копачами, внаслідок коливального руху лемішів, ґрунт в зоні робочого русла копача сильно а тому згадані вище сили вилучення коренеплоду не розпушується, створюються, оскільки не відбувається необхідної деформації стиснення ґрунту в руслі копача. Як зазначено в [4], наявність ґрунту в робочому руслі вібраційного копача не є основною умовою для створення зусиль вилучення коренеплоду з ґрунту. В цьому полягає істотна відмінність роботи вібраційного копача перед відомими типами викопувальних робочих органів. В роботі [4] також зазначено, що якщо в руслі звичайного дискового або лемішного викопувального робочого органу коренеплід при наявності сил опору ґрунту нахиляється в напрямку руху, то в руслі вібраційного копача вісь коренеплоду при його вилученні з ґрунту весь час зберігає положення, яке майже перпендикулярно до осі рядка.

Це обумовлено тим, що сили опору, які є необхідною умовою роботи звичайного лемішного копача, при роботі вібраційного копача вже не мають

такої важливості, а, отже, обламування коренеплодів внаслідок нахилу осі коренеплоду в напрямку поступального руху вібраційного копача значно зменшується. При вібраційному викопуванні у процесі вертикального переміщення за рахунок значного прискорення коренеплід інтенсивно очищається від налиплого ґрунту.

Таким чином, вилучення коренеплоду з ґрунту при вібраційному викопуванні здійснюється за рахунок безпосереднього захоплення коренеплоду вібраційним викопувальним робочим органом під дією збурювальної сили, яка створюється робочим органом від механізму приводу.

З вищесказаного випливає, що для дослідження процесу вилучення коренеплоду з ґрунту за допомогою вібраційного викопувального робочого органу необхідно розглянути безпосередній контакт коренеплоду з робочими поверхнями лемешів під час захоплення коренеплоду. Цей контакт може здійснюватися безпосередньо між робочими поверхнями копача з тілом коренеплоду, або через досить тонкий шар ґрунту.

Для дослідження зазначеного процесу складено еквівалентну схему взаємодії коренеплоду з робочими поверхнями вібраційного викопувального робочого органу. Для чого представимо вібраційний викопувальний робочий орган у вигляді двох клинів  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$ , кожен з яких у просторі має нахил під кутами  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  і які встановлені таким чином один до одного, що утворюється робоче русло, задня частина якого звужується (рис. 4.1). Зазначені клини здійснюють коливальний рух у поздовжньо-вертикальній площині (механізм приводу лемешів у коливальний рух не показано), напрямок поступального рух вібраційного викопувального робочого органу показано стрілкою. вібраційним викопувальним робочим Пов'яжемо з органом прямокутну декартову систему координат 0xyz, центр 0 який знаходиться посередині звуженого русла копача, вісь Ох збігається з напрямком поступального рух копача, вісь  $O_z$  має напрямок вгору, а вісь  $O_y$  напрямлена у правий бік копача. Проекції точок  $B_1$  і  $B_2$  на вісь Oy позначимо точками  $O_1$  і  $O_2$ відповідно.

Вважається, що з поверхнями клинів  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  у відповідних двох точках відбувається взаємодія коренеплоду, який апроксимується тілом конусоподібної форми, що перебуває всередині копача, власна вісь якого паралельна осі  $O_Z$ . Прямі, проведені крізь точки контакту коренеплоду з площинами клинів  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  і точки  $B_1$  та  $B_2$ , утворюють на перетині зі сторонами клинів  $A_1C_1$  та  $A_2C_2$  відповідні точки  $M_1$  та  $M_2$ . Таким чином  $\theta$  - це двогранний кут ( $\angle B_1M_1O_1$ ) між нижньою основою  $A_1O_1C_1$  та робочою поверхнею клинів  $A_1B_1C_1$  чи  $\angle B_2M_2O_2$  між нижньою основою  $A_2O_2C_2$  і робочою поверхнею клина  $A_2B_2C_2$ .



Рис. 4.1. – Силова взаємодія коренеплоду буряка з клинами вібраційного викопувального робочого органу.

Покажемо сили, які виникають внаслідок вказаної взаємодії коренеплоду з вібраційним викопувальним робочим органом. У точках контакту  $K_1$  і  $K_2$ коренеплоду з відповідними поверхнями клинів  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  діють вертикальні збурювальні сили  $\overline{Q}_{36,1}$  и  $\overline{Q}_{36,2}$ . Крім того, в точках контакту  $K_1$  і  $K_2$ діють рушійні сили  $\overline{P}_1$ і  $\overline{P}_2$ , напрямлені вздовж напрямку руху копача (паралельно осі Ox), при чому  $P_1=P_2$ . Внаслідок дії даних сил в зазначених точках контакту виникають нормальні реакції  $\overline{N}_1$  і  $\overline{N}_2$  з боку поверхонь клинів  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  відповідно та  $\overline{T}_1$ ,  $\overline{T}_2$  – дотичні складові збурювальних сил  $\overline{Q}_{36,1}$  та  $\overline{Q}_{36,2}$  відповідно. Крім того, в зазначених точках контакту діють сили тертя  $\overline{F}_1$ ,  $\overline{F}_2$ , які виникають при русі коренеплоду по робочих поверхнях клинів. Оскільки вібраційний викопувальний робочий орган має вісь симетрії, то допускаємо, що коренеплід при його вилученні з грунту розташований саме на цій осі симетрії, також вважаємо, що модулі парних сил, які виникають на відповідних площинах клинів, рівні між собою. У центрі ваги коренеплоду буряка діє сила  $\overline{G}$  – вага коренеплоду, його сила зав'язків (зчеплення) з грунтом позначена через  $\overline{R}$  .

Складемо диференціальне рівняння руху коренеплоду буряку у процесі його вилучення з ґрунту. У векторній формі воно буде мати такий вигляд:

$$m\bar{a} = \bar{N}_1 + \bar{N}_2 + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{R} + \bar{G}_k,$$
 (1)  
де *m* – маса коренеплоду; *a* – прискорення вилучення коренеплоду з ґрунту.

Визначимо значення сил, що входять у вираз (1). Складові  $\overline{T}_1$  та  $\overline{T}_2$ збурювальних сил  $\overline{Q}_{3\delta,1}$ ,  $\overline{Q}_{3\delta,2}$  безпосередньо на коренеплід не діють, вони викликають лише розпушення ґрунту навколо коренеплоду, а отже в диференціальне рівняння руху коренеплоду не входять.

Зі схеми (рис. 4.1) отримаємо вирази для визначення нормальних  $N_i$  і дотичних  $T_i$  складових збурювальних сил  $\overline{Q}_{3\delta.1}$  та  $\overline{Q}_{3\delta.2}$ . Маємо:

$$N_1 = N_2 = Q_{3\delta,1} \cos \theta, \qquad (2)$$

$$T_1 = T_2 = Q_{3\delta.1} \sin \theta. \tag{3}$$

Величини сил тертя  $F_1$  та  $F_2$  визначаються з таких виразів:

$$F_1 = F_2 = f N_1 = f Q_{_{3\delta,1}} \cos \theta.$$
(4)

Очевидно, що з огляду на вище згадані умови роботи вібраційних викопувальних робочих органів [4], при аналітичному дослідженні процесу вилучення коренеплоду буряка з ґрунту необхідно розглянути дві послідовні фази:

– перша – коренеплід міцно зв'язаний з ґрунтом (закріплений в ґрунті) і тому не може пересуватися уздовж осі *Oz*;;

 друга – зв'язок коренеплоду з ґрунтом вже ослаблений (майже зруйнований) і починається його рух вгору, тобто в напрямку осі Oz.

Розглянемо спочатку першу фазу.

Для проведення ретельного аналізу процесу вилучення коренеплоду з грунту напишемо диференціальне рівняння (1) в проекціях на осі декартової системи координат*Oxyz*.

Слід відразу зазначити, що оскільки складові нормальних реакцій  $N_i$  робочих поверхонь  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  на вісь Oy рівні за величиною і протилежно спрямовані, то вилучення коренеплоду з ґрунту відбувається фактично тільки в площині xOz, а тому векторне рівняння (1) зводиться до системи двох рівнянь такого виду:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= N_{1x} + N_{2x} + F_{1x} + F_{2x} + P_{1x} + P_{2x} - R_{x}, \\ m\ddot{z} &= N_{1z} + N_{2z} - F_{1z} - F_{2z} - R_{z} - G_{k}, \end{aligned}$$
(5)

де,  $R_x$ ,  $R_z$  – проекції сили зв'язку коренеплоду з ґрунтом на відповідні осі координат.

Визначимо проекції сил, що входять у систему рівнянь (5). Як видно з рис. 1, проекції нормальних складових  $N_1$  та  $N_2$  на вісь Ox будуть дорівнювати

$$N_{1x} = N_{2x} = N_1 \sin \theta \sin \gamma = Q_{36.1} \cos \theta \sin \theta \sin \gamma .$$
 (6)

Очевидно, що поки коренеплід перебуває закріпленим в ґрунті, і, під час контакту коренеплоду з клинами лемішів  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$ , в процесі коливань, лемеші рухаються вгору (в позитивному напрямку осі  $O_Z$ ) і при цьому ще не розпочався рух коренеплоду, то клини можуть прослизнути уздовж тіла коренеплоду , тому напрямок сил тертя можна вважати протилежним напрямку

сил  $\overline{T}_i$ , (i = 1,2) (паралельно лініям  $B_1M_1$  та  $B_2M_2$  для робочих поверхонь клинів  $A_1B_1C_1$  і  $A_2B_2C_2$  відповідно). При цьому прослизання уздовж осі Ox, внаслідок відсутності сил підпору ґрунту, майже не відбувається, а тому коренеплід, в зв'язку з поступальним рухом копача (оскільки його робочі поверхні встановлені під відповідними кутами до напрямку руху, що створює умови зсуву пласта ґрунту) нахиляється в бік поступального руху на якийсь невеликий кут.

Таким чином, з вищесказаного і з силової схеми рис. 1 можна написати, що проекції сил тертя  $\overline{F_1}$  та  $\overline{F_2}$  та на вісь Ox будуть дорівнювати:

 $F_{1x} = F_{2x} = F_1 \cos \theta \sin \gamma,$ 

або, враховуючи (4), будемо мати

$$F_{1x} = F_{2x} = fQ_{3\delta.1} \cos^2 \theta \sin \gamma.$$
 (7)

Проекції рушійних сил  $\bar{P}_1$  і  $\bar{P}_2$  на вісь Ox будуть дорівнювати:

$$P_{1x} = P_{2x} = P_1 \tag{8}$$

Проекції нормальних складових  $\overline{N}_1$  та  $\overline{N}_2$  на вісь Oz згідно схеми рис. 1 дорівнюватимуть:

$$N_{1z} = N_{2z} = N_1 \cos \theta$$

або, враховуючи вираз (2), отримаємо

$$N_{1z} = N_{2z} = Q_{3\delta.1} \cos^2 \theta.$$
 (9)

Проекції сил тертя  $\overline{F_1}$  та  $\overline{F_2}$  на вісь Oz також згідно зі схемою рис. 1 буде дорівнювати:

$$F_{1z} = F_{2z} = F_1 \sin \theta$$

або з огляду на вираз (4), отримаємо

$$F_{1z} = F_{2z} = fQ_{3\delta,1} \cos\theta \sin\theta.$$
(10)

Підставляючи вирази (6), (8) у перше рівняння системи (5), отримаємо:  $m\ddot{x} = 2Q_{36.1}\cos\theta\sin\theta\sin\gamma + 2fQ_{36.1}\cos^2\theta\sin\gamma + 2P_1 - R_x$ .(11) Оскільки

$$Q_{_{3\delta.1}} = \frac{1}{2} Q_{_{3\delta.}} = \frac{1}{2} H \sin \omega t, \qquad (12)$$

де *H* − амплітуда збурювальної сили; *ω* − частота збурювальної сили, то рівняння (10) буде мати такий вигляд:

 $m\ddot{x} = H\cos\theta\sin\theta\sin\gamma\sin\omega t + fH\cos^2\theta\sin\gamma\sin\omega t + 2P_1 - R_x$  (13)

Проаналізуємо процес вібраційного вилучення коренеплоду з ґрунту окремо розглянувши рівняння, що входять у систему (5). Так, отримане рівняння (13) описує вимушені коливання коренеплоду в ґрунті уздовж осі *Ox* з нижнім жорстко закріпленим кінцем.

Очевидно, що дане рівняння має місце за умови безпосереднього контакту коренеплоду з поверхнями клинів  $A_1B_1C_1$  и  $A_2B_2C_2$ , тобто коли вони рухаються вгору. Це буде можливо за такої умови:

$$0 \le \sin \omega t \le 1$$
.

Якщо ж має місце протилежна нерівність такого вигляду

$$-1 \leq \sin \omega t \leq 0$$
,

то це означає, що поверхні клинів  $A_1B_1C_1$  та  $A_2B_2C_2$  рухаються вниз.

Оскільки вважаємо що коренеплід має конусоподібну форму, то, за умовою виконання останньої нерівності, втрачається безпосередній контакт коренеплоду з поверхнями клинів копача, а значить за час відсутності контакту коренеплоду, за рахунок власної пружності, він встигає повернутися у вертикальне положення. Можна приблизно вважати, що за час відсутності контакту з поверхнями лемешів коренеплід здійснює згасаючі коливання уздовж осі Ox при наявності опору і відсутності збурювальної сили. З появою нового контакту, внаслідок зміни напрямку коливального руху поверхонь лемешів і поступального руху викопувального робочого органу (русло в задній частині копача є звуженим) все повторюється спочатку. З вищесказаного випливає, що при вібраційному вилученні з грунту коренеплід зберігає майже вертикальне положення, що узгоджується з основними положеннями, викладеними в [4]. Розглянемо далі інше рівняння системи (5). Підставимо у дане рівняння вирази (9), (10), отримаємо:

$$m\ddot{z}=2Q_{36.1}\cos^2~\theta-2fQ_{36.1}\cos~\theta\sin~\theta-R_z-G_k~,$$
або, враховуючи (12), отримаємо:

 $m\ddot{z} = H\cos^2 \ \theta \sin \omega t - fH\cos \ \theta \sin \omega t - R_z - G_k$ . (14)

Очевидно, що в першій фазі (коренеплід сильно зв'язаний з ґрунтом) ліва частина диференціального рівняння (14) дорівнює нулю, а тому це рівняння перетворюється в рівняння статики, тобто рівняння рівноваги коренеплоду в ґрунту вздовж осі  $O_z$  такого вигляду:

$$(H\cos^2\theta - fH \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta) \cdot \sin \omega t - R_z - G_k = 0$$
(15)

За подальшої умови безпосереднього контакту коренеплоду з поверхнями  $A_1B_1C_1$ та  $A_2B_2C_2$  лемешів (тобто за умови $0 \le \sin \omega t \le 1$ ) здійснюються вимушені поздовжні коливання коренеплоду, які розглянуті в роботі [5]. При відсутності контакту коренеплоду з зазначеними поверхнями лемешів коренеплід здійснює згасаючі коливання вздовж осі  $O_Z$  при наявності опору. Таким чином, коренеплід за умови (15) весь час здійснює поздовжні коливання, або змушені або згасаючі коливання за наявності опору. Крім того, виникають ударні навантаження при вході коренеплоду в черговий контакт з лемешами. Все це призводить до інтенсивного руйнування зв'язків коренеплоду з ґрунтом, а отже порушення умови рівноваги (15) внаслідок зменшення величини сили  $\overline{R}_7$ .

Таким чином, настає момент часу, при якому замість рівноваги (15) виконується нерівність такого вигляду:

$$(H\cos^2\theta - fH \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta) \cdot \sin \omega t - G_k > R_z.$$
(16)

За умови (15) розпочинається рух коренеплоду вгору, який описується диференціальним рівнянням (14).

Таким чином, перейдемо далі до розгляду іншої фази, коли коренеплід починає рухатися в ґрунті відповідно до диференціального рівняння (14).

Запишемо диференціальне рівняння (14) у такому вигляді:

$$\ddot{z} = \frac{H}{m} (\cos^2 \theta - f \cos \theta \sin \theta) \cdot \sin \omega t - \frac{R_z}{m} - \frac{G_k}{m}.$$
(17)

Якщо два рази проінтегрувати дане диференціальне рівняння, то отримаємо значення швидкості і переміщення коренеплоду у напрямку осі *Oz* як функції від часу.

Перший інтеграл буде дорівнювати

$$\dot{z} = -\frac{H}{m\omega}(\cos^2\theta - f\cos\theta\sin\theta) \cdot \cos \omega t - \frac{1}{m}(R_z + G_k)t + C_1 , (18)$$

другий інтеграл буде дорівнювати

$$z = -\frac{H}{m\omega^2}(\cos^2\theta - f\cos\theta\sin\theta) \cdot \sin \omega t - \frac{1}{m}(R_z + G_k)\frac{t^2}{2} + C_1t + C_2, \quad (19)$$

де С<sub>1</sub> та С<sub>2</sub> - довільні сталі.

Для визначення довільних сталих необхідно задати початкові умови. При

$$t = 0: z = -h_1, \dot{z} = 0,$$

де *h*<sub>1</sub> – глибина розташування (закріплення) коренеплоду у ґрунті.

З огляду на початкові умови, отримаємо значення довільних сталих:

$$C_{1} = \frac{H}{m\omega} \left( \cos^{2} \theta - f \cos \theta \sin \theta \right), \qquad (20)$$
$$C_{2} = -h_{1}.$$

Після підстановки (20) у вираз (18) і (19) отримаємо:

Таким чином, отримані вирази для визначення швидкості і переміщення коренеплоду в процесі його вилучення з ґрунту вздовж осі *Oz* при заданих початкових умовах.

3 рівняння (22) можна визначити час  $t_1$  вилучення коренеплоду з ґрунту. Для цього необхідно у ліву частину рівняння (22) підставити значення z = 0 та розв'язати отримане рівняння відносно  $t_1$ .

Оскільки дане рівняння є трансцендентним, то отримати аналітичний вираз для визначення  $t_1$  неможливо, зате його можна вирішити на ПК за допомогою відомих числових методів. Підраховане значення  $t_1$  можна застосувати для визначення продуктивності агрегату при викопуванні коренеплодів вібраційними викопувальними робочими органами.

Вище було зазначено, що протягом часу, при якому коренеплід був закріплений у ґрунті, рівняння (13) описує вимушені коливання коренеплоду у ґрунті вздовж осі Ox. Однак, коли коренеплід втрачає зв'язок з ґрунтом і починає рухатися вгору у ґрунті, рівняння (13) описує рух коренеплоду вздовж осі Ox до повного його вилучення.

Отже, аналогічно, після дворазового інтегрування диференціального рівняння (13), можна визначити швидкість і переміщення коренеплоду вздовж осі Ox, тобто в напрямку поступального руху вібраційного викопувального робочого органу. Для цього запишемо диференціальне рівняння (13) в такому вигляді:

$$\ddot{x} = \frac{H}{m} \cdot \sin\gamma \cdot (\cos \theta \sin \theta + f \cos^2 \theta) \cdot \sin \omega t + \frac{2P_1 - R_x}{m}.$$
(23)

Проінтегруємо два рази дане рівняння. Після першого інтегрування диференціального рівняння (23) отримаємо:

$$\dot{x} = -\frac{H}{m\omega} \sin \gamma (\cos \theta \sin \theta + f \cos^2 \theta) \cdot \cos \omega t + \frac{(2P_1 - R_x)}{m} \cdot t + L_1$$
,(24)  
після другого інтегрування диференціального рівняння (22) маємо:

$$x = -\frac{H}{m\omega^{2}}\sin \gamma (\cos \theta \sin \theta + f \cos^{2}\theta) \cdot \sin \omega t + \frac{(2P_{1}-R_{x})}{m} \cdot \frac{t^{2}}{2} + L_{1}t + L_{2}, \qquad (25)$$

де L<sub>1</sub> та L<sub>2</sub> – довільні сталі.

Для визначення довільних сталих  $L_1$  та  $L_2$ треба задати початкові умови. Так, при t = 0:

$$\dot{x} = 0, \, x = x_o,$$

де  $x_o$  – відстань вертикальної осі коренеплоду від початку системи координат (точка О) в момент часу t = 0.

З огляду на початкові умови, отримуємо такі результати значення довільних сталих:

$$L_{1} = \frac{H}{m \cdot \omega} \sin \gamma \left( \cos \theta \cdot \sin \theta + f \cos^{2} \theta \right)$$
(26)

та

$$L_2 = x_o. (27)$$

Підставимо отримані значення довільних сталих  $L_1$  та  $L_2$  в вирази (24) і (25), отримаємо:

$$\dot{x} = -\frac{H}{m\omega}\sin\gamma\left(\cos\theta\sin\theta + f\cos^{2}\theta\right)\cos\omega t - \frac{R_{x}}{m}t + \frac{H}{m\omega}\sin\gamma\left(\cos\theta\sin\theta + f\cos^{2}\theta\right),$$
(28)

та

$$x = -\frac{H}{m\omega^{2}} \sin \gamma (\cos \theta \sin \theta + f \cos^{2} \theta) \sin \omega t - \frac{R_{x}}{2m} t^{2} + \frac{H}{m\omega} \sin \gamma (\cos \theta \sin \theta + f \cos^{2} \theta)t + x_{o}.$$
(29)

Отже, отримані значення проекцій швидкості і переміщення коренеплоду на вісь *Ox* як функцій часу *t*, що задовольняють заданим початковим умовам.

На підставі отриманих виразів (22) та (29) проведені числові розрахунки на ПК у програмному середовищі MathCAD при наступних параметрах

Для проведення розрахунків задаємо значення необхідних для цього параметрів. Дані величини вибираємо згідно [10, 11, 12].

- Маса коренеплоду  $m_k = 0.9$  кг;
- довжина коренеплоду:  $h_k = 0,25$  м;
- кути тригранних клинів вібраційного викопувального органу:  $\gamma = 14^{\circ}$ ,  $\beta = 52^{\circ}$ ;
- коефіцієнт тертя сталі по поверхні коренеплоду: f = 0,45;
- сили опору ґрунту при переміщенні коренеплоду:  $R_x = 100$  H,  $R_z = 100$  H;
- амплітуда збурювальної сили: H = 500 H;
- величина бокової рушійної сили: P = 400H;
- початкове положення центра мас коренеплоду по осі 0x: x = 0, 2M.

Двогранний кут *θ* між робочою поверхнею клина і нижньою основою визначаємо згідно формули (30).

$$\theta = \arctan\left(\frac{\cos\beta}{\sin\gamma \cdot \cos\beta}\right) \tag{30}$$

Розрахунки проведемо для декількох значень частот коливань вібраційного викопувального робочого органу.

На базі отриманого закону руху центра мас коренеплоду (22) і (29) в системі координат  $xO_z$  побудуємо в середовищі MathCAD графіки x = x(t), z = z(t) (рис. 4.2) з метою визначення часу вилучення коренеплоду з ґрунту при вібраційному викопуванні (відповідні розрахунки для частоти коливань  $v = 10\Gamma$ ц наведені у додатку I).

Результати розрахунків і графіки для частот коливань  $v = 8,5\Gamma$ ц;  $v = 15,7\Gamma$ ц;  $v = 20,3\Gamma$ ц також наведені у додатку І.



Рис. 4.2. – Графіки залежності переміщення центру мас коренеплоду вздовж осей Ox (a) і Oz (б) від часу при безпосередньому вилученні коренеплоду з грунту (H = 500 H, P = 400 H,  $R_x = 100$  H,  $R_z = 100$  H, v = 10 Гц)

Як видно з графіка, час вилучення коренеплоду з ґрунту (z = 0)

становить 0,032 с.

На рис. 4.3 показано траєкторію руху центра мас коренеплоду при безпосередньому його вилученні з ґрунту.

Як видно з наведеного графіка, на інтервалі вилучення коренеплоду з грунту ( $-0,083 \le z \le 0$ ) його центр мас переміщується по прямій лінії.

Звичайно, дана траєкторія відповідає реальній траєкторії руху центра мас коренеплоду лише у деякому наближенні, оскільки сили опору ґрунту при переміщенні коренеплоду  $R_{x1}$  і  $R_{z1}$  я прийняв постійними.



Рис. 4.3. – Траєкторія руху коренеплоду в системі координат хОг при

безпосередньому вилученні коренеплоду з ґрунту (H = 500 H, P = 400 H,

$$R_x = 100$$
 H,  $R_z = 100$  H,  $v = 10$  Гц)

Також проведені розрахунки переміщення центру мас коренеплоду вздовж осі Oz до повного вилучення в залежності від зміні амплітуди збуруючої сили та отримані графіки z = z(H, t) при P = const, та z = z(P, t) при H = const.

На рис. 4.4. наведені поверхня та контурний графік функції z = z(H, t) при зміні амплітуди збурювальної сили в діапазоні H = 100...700 (для значень бокової рушійної сили P = 400 ні частоти коливань v = 10Гц).

Як видно з наведеного графіка, при зміні амплітуди збурювальної сили у межах 100...700Н час вилучення коренеплоду з ґрунту змінюється у межах 0,053...0,028 с.

Результати розрахунків і аналогічні графіки для частот v = 8,5 Гц; v = 15,7 Гц; v = 20,3 Гц наведені у додатку II.



Рис. 4.4. – Поверхня (а) та контурний графік (б) функції z = z(H, t) при зміні амплітуди збурювальної сили в діапазоні H = 100...700Н (P = 400 H, v = 10 Гц)

На рис. 4.5 наведені поверхня та контурний графік функції z = z(P, t) при зміні бокової рушійної сили в діапазоні P = 100...700 Н (для значень амплітуди збурювальної сили H = 500 Н і частоти коливань v = 10 Гц).



Рис. 4.5. – Поверхня (а) та контурний графік (б) функції z = z(P, t) при зміні бокової рушійної сили в діапазоні P = 100...700 (H = 500 H, v = 10Гц)

Як видно з наведеного графіка, при зміні бокової рушійної сили у межах 100...700 Н час вилучення коренеплоду з ґрунту змінюється у межах 0,043...0,026 с.

Результати розрахунків і аналогічні графіки для частот v = 8,5 Гц; v = 15,7 Гц; v = 20,3 Гц наведені у додатку III.

#### Висновки

1. Побудована нова розрахункова математична модель вібраційного вилучення коренеплоду буряка з ґрунту.

2. Побудовані залежності швидкості і переміщення коренеплоду в часі у напрямку поступального руху вібраційного викопувального робочого органу з урахуванням його конструктивних та кінематичних параметрів.

3. Побудовані залежності швидкості і переміщення коренеплоду в часі при його русі вгору в процесі вилучення з ґрунту з урахуванням конструктивних та кінематичних параметрів вібраційного викопувального робочого органу.

4. При проведенні розрахунків було встановлено, що час вилучення коренеплоду з ґрунту дорівнює 0,032 с.

#### Список використаної літератури

- Василенко П.М., Погорілий Л.В., Брей В.В. Вібраційний спосіб збирання коренеплодів // Механізація та електрифікація соціалістичного сільського господарства, 1970, №2. – С. 9–13.
- Булгаков В.М., Головач І.В. Уточнена теорія викопуючого робочого органу лемішного типу // Вісник аграрної науки Причорномор'я. Спеціальний випуск 4 (18). Том І. - Миколаїв: МДАУ, 2002. - С. 37 - 63.
- Булгаков В.М., Головач І.В., Войтюк Д.Г. Математичне моделювання поздовжніх коливань коренеплоду при вібраційному вилученні з ґрунту. -Вібрації в техніці і технологіях, 2003 № 1 (27). – С. 11-14.
- 4. Свеклоуборочные машины (конструирование и расчет) / Л.В. Погорелый,
  Н.В. Татьянко, В.В. Брей и др.; Под общ. ред. Л.В. Погорелого. К.: Техника, 1983. 168 с.
- Булгаков В.М., Головач І.В. Теорія вібраційного викопування коренеплодів.
   Збірник наукових праць національного аграрного університету "Механізація сільськогосподарського виробництва", 2003. Том XIV. – С. 34-86.
- Булгаков В. М., Головач І. В., Березовий М. Г. Вібраційний викопувальний робочий орган // Вчені Технічного ін-ту НАУ – виробництву. Аграрна інженерія в умовах глобалізації : зб. заверш. наук. розроб. – К. : НАУ, 2008. – С.56-57.
- Віброкопач для коренеплодів. Патент України № 9709, опубл. в бюл. № 3, 1996. // Булгаков В.М., Зиков П.Ю., Войтюк Д.Г., Цурпал І.А., Фінько С.В., Савченко А.М.
- Віброкопач для коренеплодів. Патент України № 10723, опубл. в бюл. №4, 1996. // Булгаков В.М., Зиков П.Ю., Войтюк Д.Г., Цурпал І.А., Фінько С.В., Савченко А.М.

- Булгаков В., Головач I. Теория вибрационного выкапывания корнеплодов. Agricultural Engineering Problems : proceedings Intern. Scient. Conf. – Latvia, Jelgava, 2005. – C. 247–254.
- 10. Погорелый Л. В., Татьянко Н. В. Свеклоуборочные машины : история, конструкция, теория, прогноз. К. : Феникс, 2004. 232 с.
- 11. Свеклоуборочные машины (конструирование и расчёт) / [Л. В. Погорелый,
  Н. В. Татьянко, В. В. Брей и др.]; под общ. ред. Л. В. Погорелого. К. : Техніка, 1983. 168 с.
- Сільськогосподарські машини. Основи теорії та розрахунку / [Д. Г. Войтюк, М. В. Барановський, В. М. Булгаков та ін.]. – К. : Вища освіта, 2005. – 464 с.
- Гевко Р. Б. Викопувально-очисні пристрої бурякозбиральних машин.
   Конструювання і розрахунок. Тернопіль : Поліграфіст, 1997. 120 с.
- Bulgakov V., Holovach I., Berezovyy M. Theory of the sugar beet root crops vibration digging up. TAE: Trends in Agricultural Engineering: Conference Proceedings 3rd International Conference. Prague, 2007. P. 84-91.

#### Додатки

#### Додаток I

Розрахунок переміщення центру мас коренеплоду вздовж осей Ox і Oz та траєкторії руху коренеплоду в системі координат xOz за час вилучення коренеплоду з ґрунту в залежності від конструкційних параметрів робочого органу та кінематичних режимів протікання процесу вібраційного викопування (для значень H = 500 H, P = 400 H,  $R_x = 100$  H,  $R_z = 100$  H i частоти коливань v = 10Гц) та результати розрахунків і графіки для частот v = 8,5Гц; v = 15,7Гц; v = 20,3Гц

$$vk1 := 10Hz \qquad \omega 1 := 2 \cdot \pi \cdot vk1 \qquad t1 := 0, \frac{1}{200 \cdot vk1} ... \frac{1}{2 \cdot vk1}$$
  
$$\beta := 52.5deg \qquad \gamma := 14.5deg \qquad f := 0.45 \qquad mk := 0.9kg \qquad x10 := 0.2m$$
  
$$\alpha k1max := 30deg \qquad Hk1 := 500N \qquad Rz1 := 100N \qquad Rx1 := 100N \qquad Pk1 := 400N$$

$$\delta 1 := \operatorname{atan}\left(\frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta) \cdot \cos(\gamma)}\right) \qquad c1 := \sqrt{\tan(\gamma)^2 + 1 + \tan(\beta)^2}$$

$$s1 := \sin\left(\gamma + \frac{\alpha k \operatorname{1max}}{2}\right) \qquad s2 := \cos\left(\gamma + \frac{\alpha k \operatorname{1max}}{2}\right)$$

$$\phi 1 := \frac{\cos(\delta 1) \cdot \frac{\tan(\gamma)}{c1} + f \cdot \cos(\delta 1)^2 \cdot s1 \cdot \sin(\gamma) + f \cdot \cos(\delta 1) \cdot s2 \cdot \cos(\gamma)}{mk}$$

$$\psi 1 := \frac{2 \cdot \left(\sin(\gamma) \cdot \frac{\tan(\gamma)}{c1} + f \cdot \sin(\gamma)^2 \cdot s1 \cdot \cos(\delta 1) + f \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\gamma) \cdot s2\right)}{mk}$$

$$\phi 2 := \frac{\cos(\delta 1) \cdot \frac{\tan(\beta)}{c1} - f \cdot \cos(\delta 1) \cdot s1 \cdot \sin(\delta 1)}{mk}$$

$$\psi 2 := \frac{2 \cdot \left( \sin(\gamma) \cdot \frac{\tan(\beta)}{c1} - f \cdot \sin(\gamma) \cdot s1 \cdot \sin(\delta) \right)}{mk}$$

$$xl(tl) := \left(-\phi l \cdot \frac{Hkl \cdot sin(\omega l \cdot tl)}{\omega l^2}\right) + \left(\psi l \cdot Pkl \cdot \frac{tl^2}{2}\right) - \left(Rxl \cdot \frac{tl^2}{2 \cdot mk}\right) + \left(\phi l \cdot Hkl \cdot \frac{tl}{\omega l}\right) + xl0$$

hk := 0.25m

$$zI(t1) := \left(-\phi 2 \cdot \frac{Hk1 \cdot \sin(\omega 1 \cdot t1)}{\omega 1^2}\right) + \left(\psi 2 \cdot Pk1 \cdot \frac{t1^2}{2}\right) - \left(Rz1 \cdot \frac{t1^2}{2 \cdot mk}\right) + \left(\phi 2 \cdot Hk1 \cdot \frac{t1}{\omega 1}\right) - \left(g \cdot \frac{t1^2}{2}\right) - \left(\frac{hk}{3}\right)$$





0.2 m	-0.083
0.2	-0.083
0.2	-0.083
0.2	-0.083
0.2	-0.083
0.2	-0.083
02	-0.083
0.2	-0.083
0.2	-0.083
1 201	-0.083
1 201	-0.083
201	-0.082
201	-0.062
201	-0.082
202	-0.082
202	-0.081
202	-0.081
203	-0.08
0.203	-0.08
204	-0.079
0.204	-0.078
205	-0.078
0.205	-0.077
206	-0.076
0.207	-0.075
0.208	-0.074
0.209	-0.073
0.21	-0.072
0.211	-0.071
0.212	-0.069
0.213	-0.068
0.215	-0.067
0.216	-0.065
0.217	-0.063
0.219	-0.062
0.22	-0.06
0.222	-0.058
0.224	-0.056
226	-0.054
228	-0.052
0.23	-0.049
232	-0.047
234	-0.044
236	-0.042
239	-0.039
241	-0.036
0.244	-0.033
246	-0.03
249	-0.027
252	-0.024
255	-0.021
Contraction of the local distance of the loc	

частота коливань ν = 15,7Гц:

m





0.2	m [	-0.083
0.2	T	-0.083
0.2	t t	-0.083
0.2	1	-0.083
0.2	t	-0.083
0.2	1	-0.083
0.2	1	-0.083
0.2	- 1	-0.083
0.2	- H	-0.083
0.2	1	-0.083
0.2	1	-0.083
0.2	-	-0.083
0.2		-0.08
0.2		-0.08
0.2	-	-0.08
0.201	-	-0.08
0.201	-	-0.08
0.201	-	-0.082
0.201	1	-0.082
0.201	-	-0.082
0.201	-	-0.082
0,201	-	-0.082
0.202		-0.08
0.202		-0.08
0.202	1	-0.08
0.202	1	-0.08
0.203	1	-0.08
0.203		-0.08
0.203		-0.08
0.204	-	-0.079
0.204	1	-0.079
0.204	1	-0.078
0.205	1	-0.078
0.205	[	-0.073
0.206		-0.077
0.206		-0.076
0.206	1	-0.076
0.207	1	-0.075
0.208	1	-0.075
0.208	Ē	-0.074
0.209	1	-0.073
0.209	1	-0.073
0.21	t t	-0.072
0.211	1	-0.07
0.211	ł	-0.07
0.212	ł	-0.07
0.213	ŀ	-0.0-
0.214	-	-0.06
0.214	H	-0.00
0.215	ł	-0.00
0.215	ł	-0.000
0 216	- 1	-0.06





0.2	m	-0.083	r
0.2		-0.083	
0.2		-0.083	
0.2		-0.083	
0.2	6	-0.083	
0.2		-0.003	
0.2		-0.003	
0.2		-0.065	
0.2	2	-0.083	
0.2		-0.083	
0.2		-0.083	
0.2		-0.083	
0.2		-0.083	
0.2	2	-0.083	
0.2	8	-0.083	
0.2		-0.083	
0.2		-0.083	
0.2		-0.083	
0.201		-0.083	
0.201		-0.083	
0.201		-0.082	
0.201		-0.082	
0.201		-0.082	
0.201		-0.082	
0.201		0.002	
0.201		0.002	
0.202	ļ.	-0.002	
0.202		-0.002	
0.202		-0.001	
0.202		-0.081	
0.202		-0.081	
0.203		-0.081	
0.203		-0.08	
0.203		-0.08	
0.203		-0.08	
0.204		-0.08	
0.204		-0.079	
0.204		-0.079	
0.205		-0.079	
0.205		-0.078	
0.205	5	-0.078	
0.200		-0.077	
0.200		-0.077	
0.200	8	-0.077	
0.206		-0.076	
0.207		-0.076	
0.207		-0.075	
0.208		-0.075	
0.208		-0.075	
0.209		-0.074	
0.209		-0.073	
0.21		-0.073	
		-0.072	

### Додаток II

Розрахунок переміщення центру мас коренеплоду вздовж осі Oz до повного вилучення в залежності від зміні амплітуди збуруючої сили в діапазоні H = 100...700 (для значень  $P_1 = 400$  H,  $R_x = 100$  H,  $R_z = 100$  H i частоти  $v = 8,5\Gamma$ ц) та результати розрахунків і графіки для частот  $v = 8,5\Gamma$ ц;  $v = 15,7\Gamma$ ц;  $v = 20,3\Gamma$ ц

$$vk1 := 8.5Hz$$
 $\omega 1 := 2 \cdot \pi \cdot vk1$  $t1 := 0, \frac{1}{10 \cdot vk1} \dots \frac{1}{2 \cdot vk1}$  $\beta := 52.5deg$  $\gamma := 14.5deg$  $f := 0.45$  $mk := 0.9kg$  $x10 := 0.2m$  $\alpha k1max := 30deg$  $Hk1 := 100N, 220N \dots 700N$  $Rx1 := 100N$  $Rz1 := 100N$  $Pk1 := 400N$ 

$$\delta 1 := \operatorname{atan}\left(\frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta) \cdot \cos(\gamma)}\right) \qquad c 1 := \sqrt{\tan(\gamma)^2 + 1 + \tan(\beta)^2}$$
$$s 1 := \sin\left(\gamma + \frac{\alpha k 1 \max}{2}\right) \qquad s 2 := \cos\left(\gamma + \frac{\alpha k 1 \max}{2}\right)$$
$$\phi 1 := \frac{\cos(\delta 1) \cdot \frac{\tan(\gamma)}{c1} + f \cdot \cos(\delta 1)^2 \cdot s 1 \cdot \sin(\gamma) + f \cdot \cos(\delta 1) \cdot s 2 \cdot \cos(\gamma)}{mk}$$

$$\psi 1 := \frac{2 \cdot \left( \sin(\gamma) \cdot \frac{\tan(\gamma)}{c1} + f \cdot \sin(\gamma)^2 \cdot s1 \cdot \cos(\delta 1) + f \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\gamma) \cdot s2 \right)}{mk}$$

$$\phi 2 := \frac{\cos(\delta 1) \cdot \frac{\tan(\beta)}{c1} - f \cdot \cos(\delta 1) \cdot s1 \cdot \sin(\delta 1)}{mk}$$
$$\psi 2 := \frac{2 \cdot \left(\sin(\gamma) \cdot \frac{\tan(\beta)}{c1} - f \cdot \sin(\gamma) \cdot s1 \cdot \sin(\delta 1)\right)}{mk}$$

$$x1(t1) := \left(-\phi 1 \cdot \frac{11k1 \cdot \sin(\omega 1 \cdot t1)}{\omega 1^2}\right) + \left(\psi 1 \cdot Pk1 \cdot \frac{t1^2}{2}\right) - \left(Rx1 \cdot \frac{t1^2}{2 \cdot mk}\right) + \left(\phi 1 \cdot Hk1 \cdot \frac{t1}{\omega 1}\right) + x10$$

hk := 0.25m

$$zl(Hk1,t1) := \left(-\phi 2 \cdot \frac{Hk1 \cdot \sin(\omega 1 \cdot t1)}{\omega 1^2}\right) + \left(\psi 2 \cdot Pk1 \cdot \frac{t1^2}{2}\right) - \left(Rz1 \cdot \frac{t1^2}{2 \cdot mk}\right) + \left(\phi 2 \cdot Hk1 \cdot \frac{t1}{\omega 1}\right) - \left(g \cdot \frac{t1^2}{2}\right) - \left(\frac{hk}{3}\right)$$

частота коливань ν = 8,5Гц:



-0.083 -0.083 -0.083 -0.083 -0.081 -0.08 -0.079 -0.078 -0.077 -0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.055 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> -0.016 0.018 0.038 -0.02 0.026 0.021 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.083
-0.083 -0.083 -0.083 -0.083 -0.083 -0.081 -0.08 -0.079 -0.078 -0.077 -0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> -0.026 -0.038 -0.026 -0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.083
-0.083 -0.083 -0.083 -0.081 -0.08 -0.079 -0.078 -0.077 -0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.042 -0.035 -0.049 -0.042 -0.035 -0.049 -0.042 -0.025 -0.049 -0.025 -0.025 -0.025 -0.026 -0.027 -0.027 -0.026 -0.026 -0.027 -0.026 -0.027 -0.026 -0.027 -0.026 -0.027 -0.027 -0.026 -0.027 -0.026 -0.027 -0.027 -0.027 -0.026 -0.027 -0.027 -0.027 -0.027 -0.026 -0.027 -0.		-0.083
-0.083 -0.083 -0.081 -0.089 -0.079 -0.078 -0.077 -0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.049 -0.042 -0.035 -0.029 -6.462:10-3 -0.029 -6.462:10-3 -0.026 -0.026 -0.026 -0.026 0.071 -0.117 -0.162 0.208 0.018 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.028 -0.029 -0.029 -0.029 -0.021 -0.029 -0.021 -0		-0.083
-0.083 -0.081 -0.081 -0.079 -0.077 -0.076 -0.077 -0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462:10-3 0.016 0.038 -0.02 0.026 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.083
-0.081 -0.08 -0.079 -0.077 -0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462:10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.066 -0.022 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.083
-0.08 -0.079 -0.077 -0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462:10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.066 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.081
-0.079 -0.078 -0.077 -0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.066 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.08
-0.078 -0.077 -0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.066 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.079
-0.077 -0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.066 -0.02 0.026 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.078
-0.076 -0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.066 -0.02 0.026 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.077
-0.071 -0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.066 -0.02 0.026 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39	_	-0.076
-0.064 -0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.066 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.0167 0.241 0.316 0.39		-0.071
-0.057 -0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.066 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.064
-0.049 -0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462:10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.06 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.1162 0.208 0.018 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.057
-0.042 -0.035 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.06 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.049
-0.035 -0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.06 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.042
-0.051 -0.029 -6.462·10 <sup>-3</sup> 0.016 0.038 0.06 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.035
-0.029 -6.462:10-3 0.016 0.038 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.051
-6.462·10-3 0.016 0.038 0.06 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.029
0.016 0.038 0.06 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		6.462.10-3
0.038 0.06 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		0.016
0.06 -0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		0.038
-0.02 0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		0.06
0.026 0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		-0.02
0.071 0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		0.026
0.117 0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		0.071
0.162 0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		0.117
0.208 0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		0.162
0.018 0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		0.208
0.093 0.167 0.241 0.316 0.39		0.018
0.167 0.241 0.316 0.39		0.093
0.241 0.316 0.39		0.167
0.316		0.241
0.39		0.316
		0.39

zl

частота коливань ν = 15,7Гц:



l(H	lk1,t1) =
	-0.083
	-0.083
	-0.083
	-0.083
	-0.083
	-0.083
	-0.083
	-0.082
	-0.082
	-0.082
	-0.082
	-0.081
	-0.08
	-0.078
	-0.075
	-0.073
_	-0.071
	-0.069
	-0.074
	-0.067
	-0.061
	-0.054
	-0.048
	-0.041
	-0.065
	-0.051
	-0.038
	-0.025
	-0.011
2.0	011.10-3
	-0.054
	-0.032
-9.9	984-10-3
	0.012
	0.034
	0.055

2

m

z1

частота коливань v = 20,3Гц:



1(H	k	1,	t	1	)
- 4	0.	.0	8	3	
. 4	0.	0	8	3	
	Q.	0	8	3	l
÷	0	0	8	3	
-	0	0	8	3	
	0	0	8	3	
	0	0	8	3	
1.3	0.	.0	8	3	
	0.	.0	8	3	
-	0.	0	8	2	
-	0.	0	8	2	
	0.	0	8	2	
	0	0	8	1	
_	-	0.	0	8	
-	0	0	7	9	
13	0.	0	7	7	
13	0.	.0	7	6	
-	0.	.0	7	5	
	0.	0	7	8	
-	0	0	7	4	
	-	0.	0	7	
-	0.	0	6	6	
- 14	0	0	6	2	
-	0.	.0	5	8	
- 3	0.	.0	7	2	
-	0.	0	6	4	
-	Q,	0	5	6	
-	0.	0	4	8	
	1	0.	0	4	
	0.	0	3	2	
-	0.	0	6	6	
+	0	0	5	2	
- 24	0.	0	3	9	
-	0	0	2	6	
-	0.	0	1	3	
-3.5	5-	1(	)	4	ļ

### Додаток III

Розрахунок переміщення центру мас коренеплоду вздовж осі Oz до повного вилучення в залежності від зміні бокової рушійної сили в діапазоні P = 100...700Н (для значень H = 500H,  $R_x = 100$ H,  $R_z = 100$ H і частоти  $v = 8,5\Gamma$ ц) та результати розрахунків і графіки для частот  $v = 8,5\Gamma$ ц;  $v = 15,7\Gamma$ ц;  $v = 20,3\Gamma$ ц

$$vk1 := 8.5Hz \qquad \omega 1 := 2 \cdot \pi \cdot vk1 \qquad t1 := 0, \frac{1}{10 \cdot vk1} ... \frac{1}{2 \cdot vk1}$$
  
$$\beta := 52.5deg \qquad \gamma := 14.5deg \qquad f := 0.45 \qquad mk := 0.9kg \qquad x10 := 0.2m$$
  
$$\alpha k1max := 30deg \qquad Hk1 := 500N \quad Pk1 := 100N, 220N... 700N \quad Rx1 := 100N \quad Rz1 := 100N$$

$$\delta 1 := \operatorname{atan}\left(\frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta) \cdot \cos(\gamma)}\right) \qquad c 1 := \sqrt{\tan(\gamma)^2 + 1 + \tan(\beta)^2}$$
$$s 1 := \sin\left(\gamma + \frac{\alpha k 1 \max}{2}\right) \qquad s 2 := \cos\left(\gamma + \frac{\alpha k 1 \max}{2}\right)$$
$$\phi 1 := \frac{\cos(\delta 1) \cdot \frac{\tan(\gamma)}{c1} + f \cdot \cos(\delta 1)^2 \cdot s 1 \cdot \sin(\gamma) + f \cdot \cos(\delta 1) \cdot s 2 \cdot \cos(\gamma)}{mk}$$

$$\psi 1 := \frac{2 \cdot \left( \sin(\gamma) \cdot \frac{\tan(\gamma)}{c1} + f \cdot \sin(\gamma)^2 \cdot s1 \cdot \cos(\delta 1) + f \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\gamma) \cdot s2 \right)}{mk}$$

$$\phi 2 := \frac{\cos(\delta 1) \cdot \frac{\tan(\beta)}{c1} - f \cdot \cos(\delta 1) \cdot s1 \cdot \sin(\delta 1)}{mk}$$
$$\frac{2 \cdot \left(\sin(\gamma) \cdot \frac{\tan(\beta)}{c1} - f \cdot \sin(\gamma) \cdot s1 \cdot \sin(\delta 1)\right)}{c1}$$

$$\psi 2 := \frac{2 \cdot \left( \sin(\gamma) \cdot \frac{\sigma(\gamma)}{c1} - f \cdot \sin(\gamma) \cdot s1 \cdot \sin(\delta) \right)}{mk}$$

$$x1(t1) := \left(-\phi 1 \cdot \frac{Hk1 \cdot \sin(\omega 1 \cdot t1)}{\omega 1^2}\right) + \left(\psi 1 \cdot Pk1 \cdot \frac{t1^2}{2}\right) - \left(Rx1 \cdot \frac{t1^2}{2 \cdot mk}\right) + \left(\phi 1 \cdot Hk1 \cdot \frac{t1}{\omega 1}\right) + x10$$

hk := 0.25m

$$zl(Pk1,t1) := \left(-\phi 2 \cdot \frac{IIk1 \cdot sin(\omega 1 \cdot t1)}{\omega 1^2}\right) + \left(\psi 2 \cdot Pk1 \cdot \frac{t1^2}{2}\right) - \left(Rz1 \cdot \frac{t1^2}{2 \cdot mk}\right) + \left(\phi 2 \cdot IIk1 \cdot \frac{t1}{\omega 1}\right) - \left(g \cdot \frac{t1^2}{2}\right) - \left(\frac{hk}{3}\right)$$

## частота коливань ν = 8,5Гц:



	S
-0.083	3
-0.083	3
-0.083	3
-0.083	3
-0.083	3
-0.083	3
-0.085	ŏ
-0.082	Ś
-0.079	Э
-0.076	3
-0.073	3
-0.07	1
-0.077	7
-0.06	5
-0.053	3
-0.04	1
-0.029	9
-0.017	7
-0.044	ŧ
-0.01	7
9.576-10-	3
0.036	6
0.063	3
0.09	9
0.012	2
0.06	3
0.108	3
0,156	5
0.204	1
0.25	1
0.079	)
0.154	\$
0.225	9
0.303	3
0.37	3
0.071	100

42

частота коливань v = 15,7Гц:



1(Pk1,t1) =
-0.083
-0.083
-0.083
-0.083
-0.083
-0.083
-0.084
-0.083
-0.082
-0.081
-0.08
-0.08
-0.081
-0.078
-0.074
-0.071
-0.067
-0.064
-0.072
-0.064
-0.056
-0.048
-0.04
-0.032
-0.055
-0.041
-0.027
-0.013
7.482-10-4
0.015
-0.036
-0.014
8.139.10-3
0.03
0.052
0.074

частота коливань v = 20,3Гц:



